1. Определения синуса, косинуса, тангенса и котангенса угла.

Синус угла α (обозначается $\sin\alpha$) – ордината точки P_α , полученной поворотом точки $P(1;\,0)$ вокруг начала координат на угол α.

Косинус угла α (обозначается $\cos\alpha$) – абсцисса точки P_α , полученной поворотом точки $P(1;\,0)$ вокруг начала координат на угол α.

Тангенс угла α (обозначается $\operatorname{tg}\alpha$) – отношение синуса угла α к его косинусу, т.е.

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}.$$

Котангенс угла α (обозначается $\operatorname{ctg}\alpha$) – отношение косинуса угла α к его синусу, т.е.

$$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}.$$

2. Основное тригонометрическое тождество:

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1.$$

3. Зависимость между синусом, косинусом, тангенсом и котангенсом:

$$\operatorname{tg}\alpha\,\operatorname{ctg}\alpha = 1\,,$$

$$1 + \operatorname{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}\,,$$

$$1 + \operatorname{ctg}^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}\,.$$

4. Чётность, нечётность и периодичность тригонометрических функций.

Косинус – чётная функция, а синус, тангенс и котангенс – нечётные функции аргумента α:

$$\cos(-\alpha) = \cos\ \alpha,$$

$$\sin(-\alpha) = -\sin\ \alpha,$$

$$\operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg}\ \alpha,$$

$$\operatorname{ctg}(-\alpha) = -\operatorname{ctg}\ \alpha.$$

Синус и косинус – периодические с периодом *2π* функции, а тангенс и котангенс – периодические с периодом *π* функции:

$$\sin(\alpha + 2\pi) = \sin\alpha,$$

$$\cos(\alpha + 2\pi) = \cos\alpha,$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \pi) = \operatorname{tg}\alpha,$$

$$\operatorname{ctg}(\alpha + \pi) = \operatorname{ctg}\alpha.$$

Число *2π* является наименьшим положительным периодом синуса и косинуса, а число *π* – наименьшим положительным периодом тангенса и котангенса.

Для любого целого n справедливы равенства

$$\sin(\alpha + 2\pi n) = \sin\alpha,$$
$$\cos(\alpha + 2\pi n) = \cos\alpha,$$
$$\operatorname{tg}(\alpha + \pi n) = \operatorname{tg}\alpha,$$
$$\operatorname{ctg}(\alpha + \pi n) = \operatorname{ctg}\alpha.$$

5. *Формулы сложения:*

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta,$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta,$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta,$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta,$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta},$$

$$\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta}{1 + \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}.$$

6. *Формулы двойного и тройного аргумента:*

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha,$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha,$$
$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1 - \operatorname{tg}^2\alpha},$$
$$\sin 3\alpha = 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha,$$
$$\cos 3\alpha = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha.$$

7. *Формулы понижения степени:*

$$\cos^2\alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2},$$
$$\sin^2\alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}.$$

8. *Формулы приведения:*

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\alpha, \qquad \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos\alpha,$$
$$\sin(\pi - \alpha) = \sin\alpha, \qquad \sin(\pi + \alpha) = -\sin\alpha,$$
$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin\alpha, \qquad \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin\alpha,$$
$$\cos(\pi - \alpha) = -\cos\alpha, \qquad \cos(\pi + \alpha) = -\cos\alpha.$$

9. Формулы суммы и разности синусов:

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2},$$
$$\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}.$$

10. Формулы суммы и разности косинусов:

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2},$$
$$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}.$$

11. Формулы суммы и разности тангенсов:

$$\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta = \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos\alpha\cos\beta},$$
$$\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta = \frac{\sin(\alpha-\beta)}{\cos\alpha\cos\beta}.$$

12. Преобразование произведения синусов и косинусов в сумму (разность):

$$\sin\alpha\cos\beta = \frac{\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)}{2},$$
$$\cos\alpha\cos\beta = \frac{\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)}{2},$$
$$\sin\alpha\sin\beta = \frac{\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)}{2}.$$

13. Выражение синуса и косинуса через тангенс половинного аргумента:

$$\sin\alpha = \frac{2\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}}{1+\operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2}},$$

$$\cos\alpha = \frac{1-\operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2}}{1+\operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2}}.$$